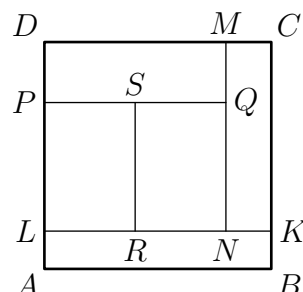


Kategorie C

1. Sofie má 14 mincí, z nichž každá je buď zlatá, nebo stříbrná. Mince jsou uspořádané do řady tak, že v každé skupině 7 sousedních mincí je více zlatých než stříbrných. Kolik zlatých mincí může mít Sofie? Určete všechny možnosti. (Patrik Vrba)

2. Čtverec $ABCD$ složený z $n \times n$ jednotkových čtverečků (kde $n \in \mathbb{N}$) je jako na obrázku rozstříhán na pět pravoúhelníků $ABKL$, $KCMN$, $MDPQ$, $PLRS$, $RNQS$ stejného obvodu. Stříhy jsou vedeny po stranách jednotkových čtverečků. Určete nejmenší n , pro které je takové rozstříhání možné.

(Jaroslav Zhouf)



3. Najděte nejmenší kladné celé číslo n , které má aspoň dva různé prvočinitele a které je násobkem součtu svého nejmenšího a největšího prvočinitele.

(Patrik Vrba, Patrik Bak)

4. Pro reálná čísla a, b, c platí

$$(a+b)^2 \geq (b+c)^2, \quad (a-b)^2 \leq (b-c)^2, \quad a > b > c.$$

Kolik nejvíce z čísel a, b, c může být záporných?

(Mária Dományová)

5. V lichoběžníku $ABCD$, kde $AB \parallel CD$ a $|AB| > |CD|$, označme K, L po řadě středy stran AB, BC . Dále označme M průsečík úseček AL a CK . Dokažte, že přímka DM dělí lichoběžník $ABCD$ na dvě části o stejném obsahu.

(Tomáš Jurík)

6. Kuchař vaří devět jídel. Na každý z pěti následujících dnů sestaví jídelní lístek obsahující ne nutně stejný počet jídel. Musí zaručit, aby si libovolných pět různých jídel z těchto devíti bylo možné během těchto pěti dnů v nějakém pořadí objednat (každý den jedno jídlo). Určete nejmenší možný součet počtů jídel ze všech pěti jídelních lístků.

(Josef Tkadlec)

Do soutěže se přihlaste na osmo.matematickaolympiada.czInformace o soutěži včetně návodných úloh najdete na matematickaolympiada.cz