

## Kategorie B

1. Určete všechny kvadratické trojčleny  $f(x) = x^2 + px + q$  s reálnými koeficienty  $p, q$ , pro něž platí  $f(p) - q = f(q) - p = 2$ .  
(Jaroslav Švrček)
2. Tabulku  $3 \times 3$  vyplníme devíti navzájem různými prvočísly tak, aby součet čísel v každém řádku i v každém sloupci měl stejnou číslíci na místě jednotek. Jakou nejmenší hodnotu může mít součet všech čísel v tabulce?  
(Tomáš Jurík, Tomáš Bárta)
3. Na stranách  $AB, BC, CD, DA$  pravoúhelníku  $ABCD$  jsou po řadě zvoleny body  $K, L, M, N$  tak, že  $KM \perp LN$ . Dokažte, že obsah čtyřúhelníku s vrcholy ve středech stran čtyřúhelníku  $KL MN$  není menší než jedna čtvrtina obsahu pravoúhelníku  $ABCD$ .  
(Jaroslav Švrček, Jaromír Šimša)
4. Označme  $D(a, b)$  největší společný dělitel kladných celých čísel  $a, b$  a  $n(a, b)$  jejich nejmenší společný násobek. Určete všechna kladná celá čísla  $m$ , pro která platí

$$D(25, m) + n(26, m + 1) = 2027.$$

(Tomáš Jurík)

5. Z číslic 0, 1, 2, 3, 6 a 7 sestavíme všechna možná šestimístná čísla, která obsahují každou z nich, a každé takové číslo zapíšeme na jinou kartičku. Rozhodněte, zda je možné rozdělit kartičky na sedm hromádek se stejnými součty čísel.  
(Jana Kopfová)
6. Necht  $M$  je střed základny  $AB$  rovnoramenného lichoběžníku  $ABCD$ . Označme  $K$  druhý průsečík přímky  $DM$  s kružnicí  $k$  opsanou danému lichoběžníku a  $P$  průsečík tečny kružnice  $k$  v bodě  $K$  s přímkou  $AB$ .
  - a) Dokažte, že body  $C, M, K, P$  leží na téže kružnici.
  - b) Dokažte, že přímka  $BD$  je tečnou kružnice opsané trojúhelníku  $BCP$ .

(Zdeněk Pezlar, Patrik Bak)



Do soutěže se přihlaste na [osmo.matematickaolympiada.cz](https://osmo.matematickaolympiada.cz)

Informace o soutěži včetně návodných úloh najdete na  
[matematickaolympiada.cz](https://matematickaolympiada.cz)

