Návodné a doplňující úlohy pro kategorii Z7

Z7–I–1

Kolik existuje čtyřmístných čísel takových, že jejich třetina, polovina, dvojnásobek a trojnásobek jsou všechno čtyřmístná čísla? *(M. Macko)*

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. Najděte

a) nejmenší dvojmístný násobek pěti, jehož polovina je dvojmístné číslo;
b) největší dvojmístný násobek šesti, jehož dvojnásobek je dvojmístné číslo;
c) nejmenší dvojmístný násobek osmi, jehož pětina je dvojmístné číslo.

N2. Připomeňte si znaky dělitelnosti dvěma, třemi a šesti. Poté z číslic 2, 2, 5, 9 sestavte největší čtyřmístné číslo dělitelné šesti, které je menší než 5 123.

N3. Kolik je sudých čísel větších než 123 a menších než 321?

D1. Zjistěte, kolik pětimístných čísel má následující dvě vlastnosti:

- v čísle se opakuje jedna číslice třikrát, zbylé dvě číslice jsou různé,
- třicetina tohoto čísla je trojmístné číslo.

Z7–I–2

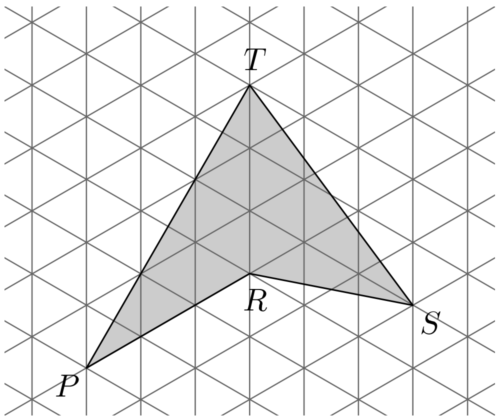
V pravidelném šestiúhelníku $ABCDEF$ je bod G středem úhlopříčky AE. Určete poměr obsahů trojúhelníku ADG a šestiúhelníku $ABCDEF$.

(E. Semerádová)

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. Nejděte alespoň dva způsoby, jak rozdělit pravidelný šestiúhelník na a) tři; b) šest; c) dvanáct navzájem shodných částí.

N2. Vrcholy čtyřúhelníku $PRST$ jsou mřížovými body trojúhelníkové sítě, jejíž základní trojúhelník má obsah $1\,\mathrm{cm}^2$. Určete obsah čtyřúhelníku $PRST$.



N3. Trojúhelník ADE je pravoúhlý s pravým úhlem při vrcholu D. Na straně AD jsou body B a C tak, že $|AB| = |BC| = |CD|$. Popište vztahy mezi obsahy trojúhelníků ADE, ABE, BCE a BDE.

D1. V pravidelném šestiúhelníku $ABCDEF$ jsou body K, L, M, N, O, P postupně středy jeho stran. Určete poměr obsahů šestiúhelníků $ABCDEF$ a $KLMNOP$.

Z7–I–3

Pan Komický, Elegantní a Vážný se znají z golfu. Jeden se jmenuje Karel, jeden Erik a jeden Viktor. Jeden nosí kravatu barvy krémové, jeden barvy ebenové a jeden barvy vínové.

- *Výherce posledního utkání nosí ebenovou kravatu.*
- *Pan Elegantní nebyl nikdy na návštěvě u pana Komického.*
- *Viktor nosí krémovou kravatu.*
- *Panu Komickému připadá vtipné, že nikdy nevyhrál.*
- *Karel byl po posledním utkání u pana Komického.*
- *Pan Vážný nosí vínovou kravatu.*

Zjistěte, jaké je vlastní jméno každého z pánů a jakou kdo nosí kravatu.

(E. Novotná)

Návodné a doplňující úlohy

N1. Zebra, žirafa, slonice a tygřice se každá věnuje jinému zimnímu sportu.

- Zebra, ani žirafa nesáňkuje.
- Slonice nelyžuje.
- Tygřice nehraje hokej.
- Zebra se přátelí s lyžařkou a hokejistkou.
- Tygřice se přátelí s bobistkou a sáňkařkou.

Zjistěte, který sport kdo provozuje.

N2. Pan režisér Alík potřeboval do televizní pohádky čtyři psy. Dostal nabídku z Řecka, Belgie, Irska a z Dolní Lhoty. Vybral ovčáka, dalmatina, vlkodava a jezevčíka, každého z jiné země, s různým jménem a různým věkem.

- Nejstarší ze psů byl jezevčík, bylo mu 5 let.
- Bucki byl z nich druhý nejmladší.
- Vlkodav pocházel z Irska.
- Pes z Dolní Lhoty se jmenoval Punťa.
- Oddi oslavil včera své čtvrté narozeniny.
- Ovčák pocházel z Belgie.
- Rubby nebyl dalmatin.
- Vlkodav měl tři roky.
- Nejmladší z vybraných psů byl Rubby, byly mu dva roky.

Zjistěte, jak se každý vybraný pes jmenoval, odkud pocházel, jaké byl rasy a kolik mu bylo let.

D1. Ve třech sousedních domech v řadové zástavbě žily Xenie, Yveta a Zita se svými mazlíčky. Jedna chovala morče, jedna psa a jedna kočku.

- Xenie bydlí vedle domu se psem.

- Morče a kočka nebydlí v sousedních domech.
- Zita nemá kočku.
- Morče nebydlí vedle Yvety.

S kým bydlí pes?

D2. Do třídy přibyl nový žák, o kterém se vědělo, že kromě angličtiny umí výborně ještě jeden cizí jazyk. Tři spolužáci se dohadovali, který jazyk to je.

První soudil: „Francouzština to není.“

Druhý hádal: „Je to španělština nebo němčina.“

Třetí usuzoval: „Je to španělština.“

Záhy se dozvěděli, že to opravdu byl jeden z těchto tří jazyků a že alespoň jeden ze spolužáků hádal správně a alespoň jeden nesprávně.

Určete, který ze jmenovaných jazyků nový žák ovládal.

Z7–I–4

Adéla, Beáta, Šárka a Jitka si natrhaly třešně. Beáta jich měla pětkrát víc než Adéla, Šárka měla o 15 třešní víc než Beáta, Jitka měla o 200 víc než Adéla.

O kolik nejméně se mohly lišit počty třešní Šárky a Jitky? A kolik třešní by v takovém případě měla každá z dívek? *(K. Pazourek)*

Návodné a doplňující úlohy

N1. Pro neznámé číslo platí, že jeho trojnásobek je menší než toto číslo zvětšené o 33. Najděte všechna přirozená čísla s touto vlastností.

N2. Najděte nejbližší násobek sedmi k nejbližšímu násobku patnácti k největšímu sudému trojmístnému číslu.

N3. Pro přirozená čísla a, b, c, d platí, že b je o 5 větší než a a d je o 8 menší než c. O kolik se mohou lišit

a) rozdíly $a - c$ a $b - d$;

b) součty $a + c$ a $b + d$;

c) součty $a + b$ a $c + d$?

D1. Adam, Bořek a Čenda porovnávali, kolik kg kaštanů nasbírali. Zjistili, že aritmetický průměr toho, co nasbíral Adam s Bořkem, je o 10 kg větší než Čendův příspěvek. A aritmetický průměr toho, co nasbíral Adam s Čendou, je o 3 kg menší než Bořkův příspěvek. Určete rozdíl mezi aritmetickým průměrem toho, co nasbíral Bořek s Čendou, a Adamovým příspěvkem.

Z7–I–5

Václav měl několik bílých kostek. Na každé kostce nabarvil tři různé stěny třemi různými barvami, a to červenou, zelenou a modrou. Poté roztřídil kostky do skupin podle typu obarvení tak, že všechny kostky v jedné skupině vypadaly po vhodném otočení stejně.

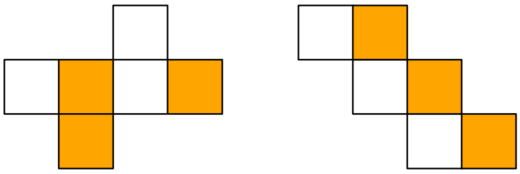
Kolik nejvýše skupin mohl Václav vytvořit? *(I. Jančigová)*

Návodné a doplňující úlohy

V následujících čtyřech úlohách jsou různými obarveními útvaru myšlena taková obarvení, která po žádném otočení útvaru nevypadají stejně (to v soutěžní úloze odpovídá různým Václavovým skupinám).

N1. Kolika různými způsoby lze obarvit a) dvě; b) tři stěny bílé krychle na oranžovo?

N2. Rozdělte následující obarvené sítě do skupin tak, aby po jejich složení byly různě obarvené krychle v různých skupinách.

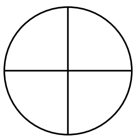


N3. Kolika různými způsoby lze obarvit tři stěny bílé krychle tak, aby jedna stěna byla modrá a dvě červené?

D1. V obchodě mají dva druhy obdélníkových ubrusů se vzory jako na obrázku. Trojúhelníkové části u prvního vzoru jsou shodné, obdélníkové části u druhého nejsou shodné. U každého ubrusu mají jeho tři části navzájem různé barvy, a to červenou, zelenou a modrou. Žádné dva ubrusy v obchodě nejsou obarveny stejně. Kolik ubrusů je v obchodě?

D2. Následující obrazec je kruh rozdělený dvěma kolmými průměry na části. Obarvěte jeho čtyři části dvěma barvami tak, aby žádná část nezůstala neobarvená. Zjistěte, kolika různými způsoby to lze udělat, pokud za různá obarvení považujeme taková, která nevypadají stejně po

a) žádné osové souměrnosti;
b) žádné středové souměrnosti;
c) žádném otočení.



Z7–I–6

Pro čtyřúhelník $ABCD$ platí:

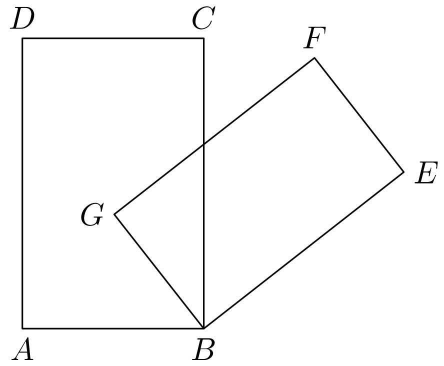
- *strana AD a úhlopříčka BD jsou shodné,*
- *úhlopříčka BD a strana DC jsou kolmé,*
- *strany AB a BC jsou kolmé,*
- *osa úhlu BDC a strana AD jsou kolmé.*

Určete velikost úhlu BCD. *(M. Macko)*

Návodné a doplňující úlohy

N1. V trojúhelníku ABC jsou velikosti vnitřních úhlů u vrcholů A a B po řadě $56°$ a $108°$. Bod S je průsečíkem os jeho vnitřních úhlů. Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníků ABS, BCS a CAS.

N2. Pro dva obdélníky $ABCD$ a $BEFG$ se společným vrcholem B platí, že velikost úhlu ABG je $52°$. Určete velikost úhlu CBE.



N3. Je dán rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou AB a bod D, který je průsečíkem strany BC a osy úhlu BAC. Dále platí, že úsečky AD a DC jsou shodné. Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku ABC.

D1. V lichoběžníku $ABCD$ se základnami AB a CD jsou velikosti vnitřních úhlů u vrcholů A a B po řadě $26°$ a $78°$. Bod E je průsečíkem os vnitřních úhlů u vrcholů C a D. Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku CDE.