Návodné a doplňující úlohy pro kategorii Z5

Z5–I–1

Zvláštní kalkulačka má pouze dvě funkční tlačítka. Po stisknutí prvního tlačítka se k číslu na displeji přičte jedna, po stisknutí druhého tlačítka se číslo na displeji vynásobí dvěma. Na displeji po každém stisknutí tlačítka svítí správný výsledek.

Najděte dva způsoby, jak pomocí šesti stisknutí tlačítek dostat na displeji z čísla 1 číslo 15. *(I. Jančigová)*

Návodné a doplňující úlohy

V následujících třech návodných úlohách používáme stejnou kalkulačku jako v soutěžní úloze.

N1. Na displeji svítilo číslo 1. Pak jsme čtyřikrát stiskli stejné tlačítko. Jaké číslo mohlo být na displeji?

N2. Kolika způsoby lze dostat na displeji z čísla 1 číslo 4?

N3. Na displeji svítilo neznámé číslo. Pak jsme čtyřikrát stiskli stejné tlačítko. Jaké mohlo být neznámé číslo, jestliže na displeji nyní svítí číslo a) 15; b) 16?

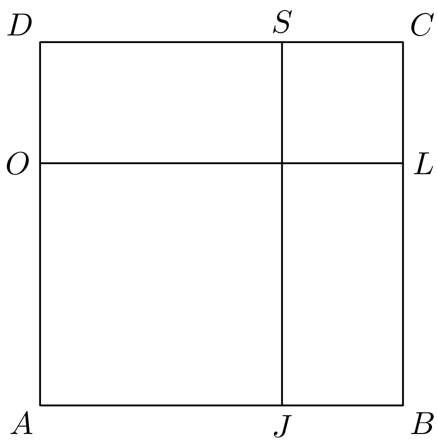
D1. Zvláštní kalkulačka funguje jako ta v soutěžní úloze, akorát po stisknutí druhého tlačítka se číslo na displeji místo násobení vydělí dvěma. Najděte dva způsoby, jak dostat na displeji z čísla 9 číslo 1.

Z5–I–2

U zámku je čtvercový park se stranou délky 240 metrů. Po stranách čtverce vedou cesty, v jeho vrcholech stojí akát, buk, cedr a dub. Park křižují dvě další cesty rovnoběžné s cestami po jeho stranách — jedna vede od javoru ke studánce, druhá vede od lípy k ořechu. Princezna při svých procházkách parkem chodila jen po cestách, nikde se nevracela, ani zbytečně neodbočovala a zjistila, že:

- *procházka od buku ke studánce kolem javoru, akátu, ořechu a dubu je dvakrát delší než kolem lípy a cedru,*
- *procházka od buku ke studánce kolem lípy a cedru je stejně dlouhá jako procházka od dubu k lípě kolem studánky a cedru.*

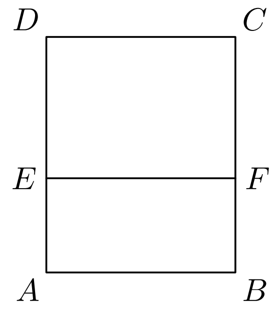
Jak dlouhá je přímá cesta od akátu k ořechu? *(M. Macko)*



Návodné a doplňující úlohy

N1. Záhon má tvar obdélníku $ABCD$. Přímá cesta z A do B měří 6 metrů. Cesta z A do B přes D a C měří 16 metrů. Jak dlouhá je přímá cesta z B do C?

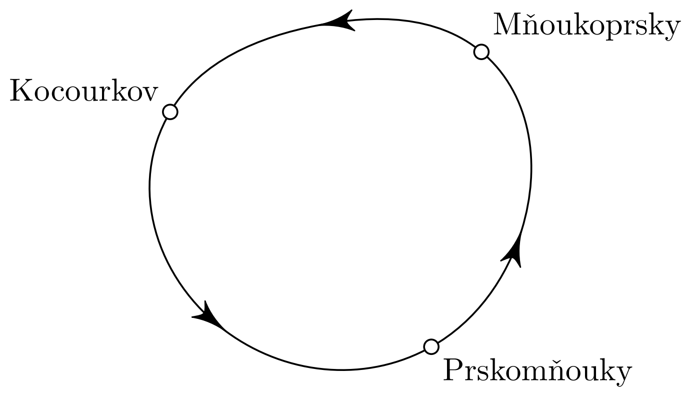
N2. Na obrázku jsou znázorněny cesty, které tvoří hranice dvou obdélníků se společnou stranou. Přímá cesta z A do B měří 8 metrů, nejkratší cesta z A do C měří 18 metrů. Viktor se prochází po cestách z A do C, a to tak, že žádnou část neprojde víc než jednou. Jak dlouhá může být Viktorova procházka?



N3. Přímá cesta mezi vrcholy K a L obdélníku $KLMN$ je pětkrát kratší než cesta po obvodu z K přes N a M do L. Vyjádřete délku cesty z L přes M do N pomocí délky některé strany obdélníku.

D1. Jarmila překonala vzdálenost mezi dvěma keři čtyřmi kroky, Lenka stejnou vzdálenost překonala třemi kroky. Přitom krok Lenky byl o 15 cm delší než krok Jarmily. Jak daleko od sebe byly keře?

D2. Okružní cesta spojuje tři vesnice jako na obrázku. Ve vyznačeném směru to je z Prskomňouk do Kocourkova 10 km, z Mňoukoprsk do Prskomňouk 15 km a z Kocourkova do Mňoukoprsk 16 km. Jak dlouhá je celá okružní cesta?



Z5–I–3

Danka a Janka každá pro sebe nasbíraly jahody. Kdyby měla Janka o polovinu víc jahod, než nasbírala, měla by jich stejně jako Danka. Kdyby měla Janka dvakrát víc jahod, než nasbírala, měla by jich o 48 víc než Danka.

Kolik jahod nasbírala Janka a kolik Danka? *(M. Dillingerová)*

Návodné a doplňující úlohy

N1. Radka a Šárka měly dohromady 60 malin. Radka jich měla dvakrát tolik co Šárka. Kolik malin měla každá z děvčat?

N2. Bolek a Lolek měli dohromady 60 borůvek. Bolek jich měl a) o polovinu; b) o třetinu méně než Lolek. Kolik borůvek měl každý z chlapců?

N3. Terezka měla o 30 švestek víc než Žaneta, a ta měla a) dvakrát; b) třikrát; c) čtyřikrát méně švestek než Terezka. Kolik švestek měla Žaneta?

D1. Filip měl dvakrát tolik třešní co Honza. Honza měl dvakrát tolik třešní co Ivan. Ivan měl o 36 třešní méně než Filip. Kolik třešní měl Honza?

Z5–I–4

Anežka správně vynásobila určité číslo sedmi a výsledné pětimístné číslo napsala na papír. Papoušek Fráňa kus papíru vykloval a první číslice výsledku se tak stala nečitelnou. Na zbytku papíru zůstalo napsáno 2887.

Jaká mohla být první číslice Anežčina výsledku? Najděte všechny možnosti.

(M. Petrová)

Návodné a doplňující úlohy

V následujících úlohách používáme v zápisech čísel písmena velké abecedy pro neznámé číslice.

N1. Míša si zvolila jednomístné číslo. Zjistila, že když jím vynásobí jakákoliv dvě různá jednomístná čísla, výsledné součiny budou končit jinými číslicemi. Jaké mohlo být Míšino číslo?

N2. Určete hodnotu číslice A tak, aby číslo tvaru a) $A4$; b) $AA5$ bylo násobkem devíti.

N3. Když se číslo $A82$ vydělí sedmi, dělení vyjde beze zbytku. Jaká může být číslice A? Najděte všechna řešení.

D1. Součin dvojmístných čísel AB a BA je roven 7663. Určete číslice A a B.

D2. V následujícím algebrogramu zastupují stejná písmena stejné číslice, různá různé. O číslicích označených hvězdičkou nevíme nic bližšího. Nahraďte písmena a hvězdičky číslicemi tak, aby byl výpočet správný.

$$
\begin{array}{rccccc}
 & & & A & B & C \\
\times & & & & A & C \\
\hline
 & & A & * & 1 & 1 \\
 & 1 & 1 & A & B & \\
\hline
 & * & * & B & 8 & *
\end{array}
$$

D3. V následujícím algebrogramu zastupují stejná písmena stejné číslice, různá různé. Nahraďte písmena číslicemi tak, aby byl výpočet správný.

$$
\begin{array}{rccccc}
 & & & A & H & A \\
\times & & & & T & U \\
\hline
 & & P & T & P & T \\
 & U & P & U & P & \\
\hline
 & U & T & E & T & T
\end{array}
$$

Z5–I–5

Věky sedmi kamarádů jsou 8, 9, 10, 11, 11, 13 a 14 roků. Tři kamarádi jsou zrovna v kině, dva jsou na fotbale a dva doma. Součet věků těch v kině je 30 roků, součet věků těch na fotbale je 24 roků. Každý z kamarádů na fotbale má víc roků než Ondřej, který zůstal doma.

Kolik roků může mít Ondřej? Najděte všechny možnosti. *(M. Macko)*

Návodné a doplňující úlohy

N1. Z čísel 3, 4, 5, 6, 7 vyberte dvojici, jejíž součet je a) roven devíti; b) menší než devět. Najděte všechny možnosti.

N2. Z čísel 11, 15, 19, 31, 35 a 39 vytvořte tři dvojice se stejnými součty.

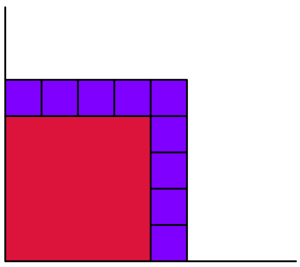
N3. Z čísel 2, 3, 4, 5 a 6 vyberte dvě dvojice se stejnými součty. Najděte všechny možnosti.

D1. Z čísel 5, 6, 8, 9, 11 a 13 sestavte dvě trojice se stejnými součty.

Z5–I–6

Čtyři děvčata dláždila čtvercovými dlaždicemi terasu v rohu dvoru. Viola používala dlaždice se stranou 1 dm, Růžena se stranou 2 dm, Blanka se stranou 3 dm a Karmen se stranou 4 dm. První z děvčat položila jednu ze svých dlaždic do rohu. Druhá položila své dlaždice podél volných stran předchozí dlaždice a přidala jednu navíc, aby vznikl čtverec (viz obrázek). Obdobným způsobem položilo své dlaždice třetí a nakonec i čtvrté děvče. Takto vznikla čtvercová terasa bez mezer a překryvů.

V jakém pořadí mohla děvčata pokládat dlaždice a kolik dlaždic celkem použila? Najděte všechny možnosti. *(M. Macko)*



Návodné a doplňující úlohy

V následujících úlohách lemem obdélníku nebo čtverce rozumíme souvislý stejně široký pás, který jej obklopuje. Lem vztažený jen k některým stranám obdélníku nebo čtverce je zbylými stranami omezen obdobně jako fialový lem kolem dvou stran karmínového čtverce na obrázku v soutěžní úloze.

N1. Kolem čtvercové dlaždice se stranou 5 dm vytvořte lem ze čtvercových dlaždic se stranou 1 dm. Kolik dlaždic je na lem potřeba?

N2. Kolem dvou sousedních stran čtvercové dlaždice se stranou 6 dm vytvořte lem ze čtvercových dlaždic se stranou 2 dm. Kolem tohoto lemu vytvořte ještě jeden lem ze čtvercových dlaždic se stranou 4 dm. Je to možné? Pokud ano, kolik dlaždic je na oba lemy potřeba?

N3. Kolem tří stran čtvercové dlaždice se stranou 6 dm vytvořte lem ze čtvercových dlaždic se stranou 3 dm. Kolem tohoto lemu vytvořte ještě jeden lem ze čtvercových dlaždic se stranou 5 dm. Je to možné? Pokud ano, kolik celkem dlaždic je na oba lemy potřeba?

D1. Kolem tří stran obdélníkové dlaždice se stranami 12 dm a 15 dm vytvořte lem ze čtvercových dlaždic s velikostí strany vyjádřenou v dm celým číslem. Kolik dlaždic je na lem potřeba? Najděte všechny možnosti.