Návodné a doplňující úlohy pro kategorii Z6

Z6–I–1

Pan Vaflička smaží a prodává koblížky, pan Koblížek peče a prodává vafličky. Oba cukráři mají každý týden otevřeno od pondělí do pátku. Libuška u nich kupuje každé pondělí dvě vafličky a jeden koblížek, každé úterý tři koblížky a jednu vafličku, každou středu čtyři koblížky, každý čtvrtek tři vafličky a každý pátek dva koblížky a dvě vafličky. Pan Koblížek si jednoho dne všiml, že od prvního pondělí tohoto měsíce prodal Libušce celkem 30 vafliček.

Kolik koblížků prodal Libušce za stejné období pan Vaflička? *(M. Petrová)*

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

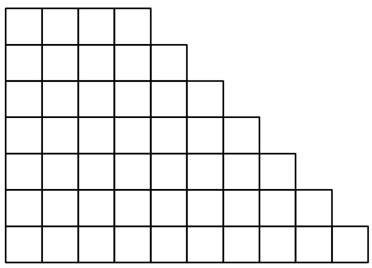
N1. Líba snědla v pondělí 2 bonbóny. Každý následující den až do neděle pak snědla o 1 bonbón víc než předchozí den. Kolik bonbónů snědla za celý týden?

N2. Milan pojídal jablka od pondělí do neděle. Každý den snědl o 1 jablko víc než předchozí den a celkem za týden snědl 49 jablek. Kolik jablek snědl za víkend?

N3. Eva diktovala přirozená čísla od 1 do 100. Petr z diktovaných čísel zapisoval jen násobky tří. Když zapsal jedenáct čísel, převzal zapisování Pavel. Ten z diktovaných čísel zapisoval jen násobky sedmi. Kolik čísel celkem chlapci zapsali?

N4. Letos na Nový rok začal Jarda běhat. Každé pondělí a čtvrtek uběhne 4 km, každé úterý a pátek uběhne 5 km, každou středu a sobotu 6 km a každou neděli uběhne 7 km. Jednou po běhání si všiml, že v součtu uběhl přesně 100 km. Kterým dnem v týdnu začal letošní rok?

D1. Kolik malých bílých čtverců je na obrázku? Najděte co nejvíce způsobů, jak čtverce spočítat, a zamyslete se nad obecnějším zadáním s více řádky.

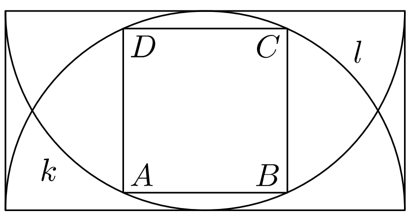


Z6–I–2

V obdélníku se stranami délek 4 cm a 8 cm jsou dány půlkružnice k a l, jejichž krajní body leží ve vrcholech obdélníku.

Sestrojte čtverec $ABCD$ tak, aby vrcholy A a B ležely na půlkružnici k, vrcholy C a D ležely na půlkružnici l a strany čtverce byly rovnoběžné se stranami obdélníku.

(K. Pazourek)



Návodné a doplňující úlohy

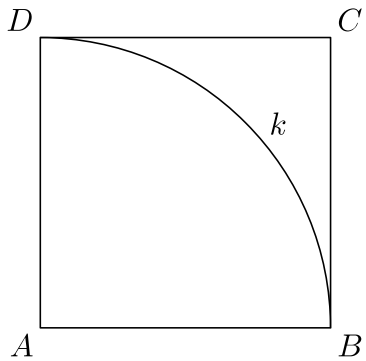
N1. Určete velikost úhlu, který ve čtverci svírají:

a) dvě sousední strany,
b) strana a úhlopříčka,
c) dvě úhlopříčky.

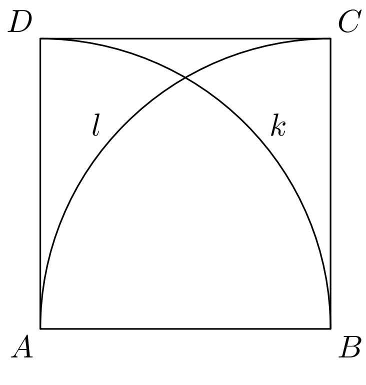
N2. Sestrojte čtverec $ABCD$, je-li dáno:

a) strana AB,
b) úhlopříčka AC,
c) středy protilehlých stran S_{AB} a S_{CD},
d) vrchol A a čtverci opsaná kružnice k.

N3. Na obrázku je čtverec $ABCD$ a čtvrtkružnice k se středem A a krajními body B a D. Sestrojte čtverec $AKLM$ tak, aby $K \in AB$, $L \in k$, $M \in AD$.



D1. Na obrázku je čtverec $ABCD$ a dvě čtvrtkružnice k, l se středy a krajními body ve vrcholech čtverce. Sestrojte čtverec $KLMN$ tak, aby $KL \subset AB$, $M \in k$, $N \in l$.



D2. Jsou dány kružnice k a l, které mají stejné poloměry a navzájem se protínají. Sestrojte všechny čtverce $ABCD$ takové, že $A, B \in k$ a $C, D \in l$.

Z6–I–3

Pětimístným palindromem myslíme takové pětimístné číslo, které má na místě jednotek stejnou číslici jako na místě desetitisíců a na místě desítek stejnou číslici jako na místě tisíců.

Najděte nejmenší pětimístný palindrom dělitelný 36. *(I. Jančigová)*

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. U následujících čísel určete, zda jsou dělitelná dvěma, třemi, čtyřmi, šesti, devíti, dvanácti, osmnácti nebo třiceti šesti:

$$48, \quad 54, \quad 60, \quad 72, \quad 108.$$

N2. Rozhodněte o pravdivosti následujících tvrzení:

a) Když je číslo dělitelné dvěma a osmnácti, pak je dělitelné třiceti šesti.
b) Když je číslo dělitelné třemi a dvanácti, pak je dělitelné třiceti šesti.
c) Když je číslo dělitelné čtyřmi a devíti, pak je dělitelné třiceti šesti.

N3. Kolik existuje čtyřmístných palindromů dělitelných čtyřmi?

N4. Kolik existuje trojmístných palindromů dělitelných devíti a větších než 300?

D1. Dva dělitele d a e daného čísla n nezveme *sesterskými*, jestliže číslo n dělí součin $d \cdot e$. Kolik dvojic sesterských dělitelů má číslo 24?

Z6–I–4

Šárka s Lubošem společně zasadili 70 tulipánů různých barev. Šárka nesázela žluté tulipány a pět devítin těch, které zasadila, byly červené. Luboš nesázel červené tulipány a dvě sedmnáctiny těch, které zasadil, byly žluté.

Kolik zasazených tulipánů mělo jinou barvu než červenou či žlutou? *(L. Hozová)*

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. Mach řekl Maxovi: „Dnes jsme společně zasadili 20 stromů.“
Max na to: „A já jsem jich zasadil přesně třetinu.“
Mohli mít oba chlapci pravdu?

N2. Polovina jablek v košíku bylo červených, dvě třetiny jablek v košíku bylo červivých. Kolik nejméně jablek bylo v košíku?

N3. Selma měla o tři rubíny méně než Telma. Telma měla třikrát méně rubínů než Velma. Kolik mohly mít Selma, Telma a Velma dohromady rubínů, jestliže jich bylo méně než 30?

N4. Rozhodněte o pravdivosti následujících tvrzení, v nepravdivých případech navrhněte nápravu:

a) Když Ola sní čtvrtinu jablek z košíku a Iva sní polovinu jablek z téhož košíku, pak v košíku zbudou tři osminy jablek.
b) Když si Ola vezme polovinu rubínů z trezoru a Iva si vezme čtvrtinu zbylých rubínů, pak v trezoru zbude čtvrtina rubínů.
c) Když si Ola vybere čtvrtinu filmů z nabídky kina a Iva si vybere čtvrtinu filmů z téže nabídky, pak si dohromady vyberou polovinu filmů.

D1. Selka přinesla na trh vejce. Prvnímu zákazníkovi prodala polovinu všech a jedno vejce, druhému zákazníkovi prodala polovinu zbytku a jedno vejce, třetímu zákazníkovi prodala polovinu nového zbytku a jedno vejce a zůstalo jí ještě 10 vajec. Kolik jich přinesla na trh?

Z6–I–5

Tři kamarádky se po letech sešly a sdělovaly si, kde která z nich bydlí:

První: „Já bydlím v Hradci Králové.“
Druhá: „Já nebydlím v Opavě.“
Třetí druhé: „Ty nebydlíš ani v Jihlavě.“

Kamarádky opravdu bydlí ve zmiňovaných městech, každá v jiném. Jedna z kamarádek neřekla ostatním pravdu a nebyla to ta z Opavy.

Rozhodněte, kde která z kamarádek bydlí. *(M. Petrová)*

Návodné a doplňující úlohy

N1. Dlouhý, Široký a Bystrozraký dostali tři mince: zlatou, stříbrnou a bronzovou. Kolika způsoby si je mohli rozdělit, aby každý měl jednu? Všechny možnosti přehledně vypište.

N2. Petr a Pavel měli dohromady tři ananasy. Žádný ananas nedělili na části.

Petr řekl: „Já mám stejně ananasů jako ty.“

Pavel řekl: „Já nemám víc ananasů než ty.“

Kolik ananasů mohl mít každý z kluků, jestliže:

a) lhal právě jeden z nich,
b) lhali oba kluci?

N3. Každý Marťan je buď lhář, nebo poctivec. Lháři vždy lžou, kdežto poctivci vždy mluví pravdu. Dva Marťané se sešli v kráteru a jeden řekl:

„Já jsem lhář a ty jsi poctivec.“

Co byli tito Marťané zač?

N4. Sešli se tři Merkuřané, z nichž každý byl buď lhář, nebo poctivec. Lháři vždy lžou, poctivci vždy mluví pravdu.

První Merkuřan řekl: „Každý z nás tří je lhář.“

Druhý Merkuřan řekl: „Právě jeden z nás tří je poctivec.“

Kdo z této trojice byl lhář a kdo poctivec?

D1. Máme tři krabice s víky:

První víko je označeno ČČ a v krabici jsou dvě černé koule.

Druhé víko je označeno BB a v krabici jsou dvě bílé koule.

Třetí víko je označeno ČB a v krabici je černá a bílá koule.

Víka byla zpřeházela tak, že žádné nepopisuje správně obsah krabice. Máme za úkol jedno víko nadzvednout, vzít poslepu jednu kouli z krabice, podívat se na ni a podle ní určit barvy koulí ve všech krabicích. Jak to lze provést?

Z6–I–6

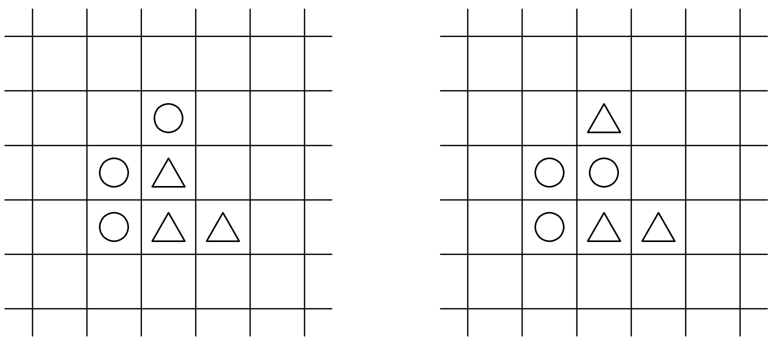
Ve čtvercové síti bydlí tři kruhy a tři trojúhelníky, každý v jiném poli. Každý tvar má alespoň jednoho souseda, přičemž sousedé obývají pole se společnou stranou. Obydlená pole tvoří souvislou oblast, tedy od každého ke každému se lze dostat přes sousedy. Každou noc se každý tvar může změnit podle toho, jak přes den vypadali jeho sousedé:

- *pokud je tvar kruhem a mezi jeho sousedy bylo víc trojúhelníků než kruhů, tak se tvar změní na trojúhelník,*
- *pokud je tvar trojúhelníkem a mezi jeho sousedy bylo víc kruhů než trojúhelníků, tak se tvar změní na kruh,*
- *v ostatních případech se tvar nezmění.*

Příklad obydlené čtvercové sítě a proměny po jedné noci je na obrázku níže.

a) *Rozmístěte tvary tak, aby se v noci neměnily.*
b) *Rozmístěte tvary tak, aby se každý tvar každou noc změnil.*
c) *Rozmístěte tvary tak, aby po několika nocích byly všechny tvary stejné.*

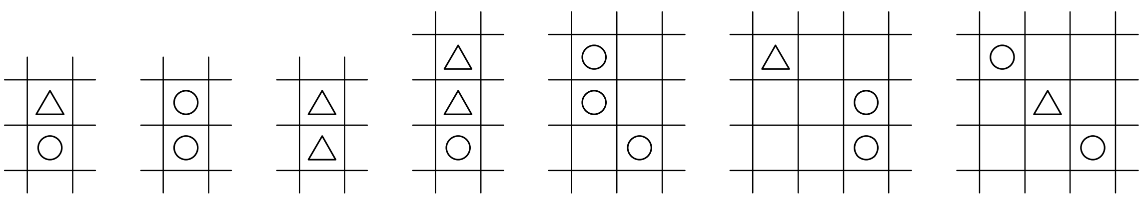
(I. Jančigová)



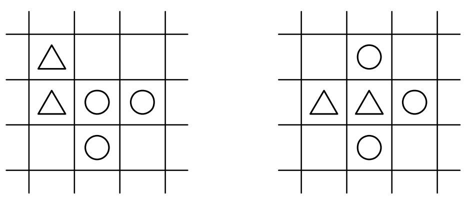
Návodné a doplňující úlohy

V následujících úlohách se *vesnicemi* rozumí souvislé skupiny trojúhelníků nebo koleček jako v soutěžní úloze, avšak s libovolnými počty tvarů.

N1. Mohou vesnice vypadat následovně? Pokud ano, jak budou vypadat další den?



N2. Pro následující dvě vesnice určete, jak budou vypadat v příštích třech dnech:



N3. Kolik sousedů musí být trojúhelníků, aby se kruh v noci

a) jistě stal trojúhelníkem,

b) mohl stát trojúhelníkem?

N4. Do následující vesnice doplňte jeden trojúhelník tak, aby další den převažovaly trojúhelníky. Najděte alespoň jedno řešení.