

II. kolo kategorie Z7

Z7–II–1

Děti házely klasickou hrací kostkou s čísly od 1 do 6. Když padlo sudé číslo, tak zatleskaly. Když padlo číslo dělitelné třemi, tak zadupaly. Když nastaly oba případy, udělaly obojí, v ostatních případech nedělaly nic. Během pěti hodů děti celkem třikrát zatleskaly a třikrát zadupaly. Součet čísel, která postupně padla, byl dvacet.

Najděte všechny možné pětice čísel, která mohla padnout, bez ohledu na jejich pořadí.
(*E. Semerádová*)

Možné řešení. Děti zatleskaly, když padlo číslo 2, 4, nebo 6. Děti zadupaly, když padlo číslo 3, nebo 6.

Protože děti dupaly celkem třikrát, mohly padnout jediné následující pětice:

$$6, 6, 6, *, *; \quad 6, 6, 3, *, *; \quad 6, 3, 3, *, *; \quad 3, 3, 3, *, *,$$

kde * značí čísla různá od 3 a 6.

Protože děti tleskaly celkem třikrát, byly v pětici právě tři sudá čísla. Poslední z výše uvedených petic takto doplnit nelze, zbylé tři doplnit lze. Aby součet čísel byl roven 20, je doplnění každé pětice určeno jednoznačně:

$$6, 6, 6, 1, 1; \quad 6, 6, 3, 4, 1; \quad 6, 3, 3, 4, 4.$$

To jsou všechny možné pětice čísel, které mohly dětem padnout.

Hodnocení. Po 1 bodu za každou správnou pětici; 3 body za úplnost komentáře.

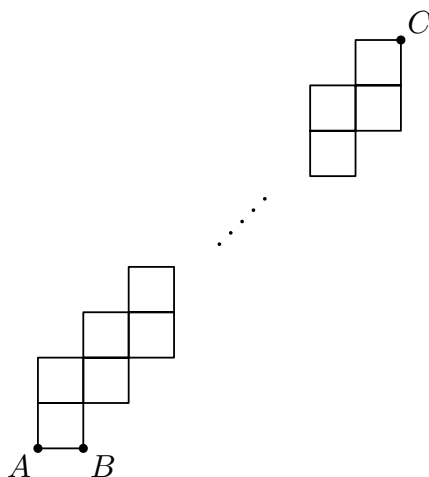
Z7–II–2

Ze shodných čtverců se stranou délky 1 cm je složen útvar s následujícími vlastnostmi:

- Spodní a horní řada sestává z jednoho čtverce.
- Ostatní řady mají po dvou sousedících čtvercích.
- Všechny sloupce jsou tvořeny dvěma sousedícími čtverci.
- Obvod útvaru je 178 cm.

Vrcholy spodní strany útvaru jsou označeny A a B , pravý vrchol horní strany je označen C .

Určete obsah trojúhelníku ABC .
(*K. Pazourek*)



Možné řešení. Potřebujeme určit počet řad útvaru, tj. výšku trojúhelníku ABC vzhledem ke straně AB . Tento údaj je ukryt v informaci o obvodu útvaru.

Spodní a horní řada (o jednom čtverci) přispívá do obvodu útvaru 3 cm, ostatní řady (o dvou čtvercích) přispívají 4 cm. Obvod útvaru bez příspěvku spodního a horního čtverce je 172 cm ($178 - 2 \cdot 3 = 172$). Tedy počet řad o dvou čtvercích je 43 ($172 : 4 = 43$) a řad celkem je 45 ($2 + 43 = 45$).

Obsah trojúhelníku ABC je

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 45 = 22,5 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Hodnocení. 2 body za dílčí postřehy související s obvodem útvaru; 2 body za počet řad útvaru; 2 body za obsah trojúhelníku.

Z7–II–3

Na závodech se spolu utkalo pět dětí, děvčata Anna a Fiona a chlapci Julek, Lukáš a Tomáš. O cílovém pořadí máme tyto informace:

- Žádné dvě děti se neumístily na stejném místě.
- Průměrné umístění děvčat bylo stejné jako průměrné umístění chlapců.
- Obě děvčata se umístila před Tomášem.
- Julek se umístil mezi Annou a Lukášem.

Určete cílové pořadí dětí.

(*E. Novotná*)

Možné řešení. Z první a druhé informace plyne, že děvčata byla na druhém a čtvrtém místě a chlapci byli na prvním, třetím a pátém místě.

Odtud a ze třetí informace plyne, že Tomáš byl poslední.

Odtud a ze čtvrté informace plyne, že Lukáš byl první a Anna čtvrtá (aby vůbec byl nějaký prostor mezi nimi). Tedy Julek byl třetí a Fiona druhá.

Cílové pořadí dětí bylo

1. Lukáš, 2. Fiona, 3. Julek, 4. Anna, 5. Tomáš.

Hodnocení. 2 body za zjištění, že chlapci a děvčata se v pořadí střídají; 2 body za cílové pořadí dětí; 2 body za kvalitu komentáře.