

II. kolo kategorie Z5

Z5–II–1

Děti dostaly příklad s pěti prázdnými políčky:

$$\square \cdot \square - \square : (\square + \square) = ?$$

Do každého políčka měly vepsat jedno z čísel 1, 2, 3, 4, 5 tak, aby každé číslo použily pouze jednou a aby dělení vycházelo beze zbytku.

Najděte všechny výsledky, které mohly děti dostat. (M. Petrová)

Možné řešení. Dělcem mohou být jedině daná čísla, tedy čísla od 1 do 5. Dělitelem mohou být jedině součty daných čísel, tedy čísla od 3 do 9. Dělení beze zbytku lze uvedeným způsobem sestavit jedině takto:

$$3 : (1 + 2), \quad 4 : (1 + 3), \quad 5 : (1 + 4), \quad 5 : (2 + 3).$$

Pořadí sčítanců v závorkách není podstatné, ve všech případech je podíl roven 1.

Doplnění zbylých dvou čísel do zbylých dvou políček dává následující příklady:

$$4 \cdot 5 - 3 : (1 + 2) = 19,$$

$$2 \cdot 5 - 4 : (1 + 3) = 9,$$

$$2 \cdot 3 - 5 : (1 + 4) = 5,$$

$$1 \cdot 4 - 5 : (2 + 3) = 3.$$

Pořadí součinitelů není podstatné. Děti mohly dostat výsledky 19, 9, 5, nebo 3.

Hodnocení. Po 1 bodu za každé správné doplnění s výsledkem; 2 body za úplnost komentáře.

Z5–II–2

Albert, Ben, Cyril, Dan, Erik, Filip a Gábo vstoupili v tomto pořadí po jednom za sebou do jeskyně s mnoha dveřmi. Svoje pořadí mění jen při průchodu dveřmi, a to takto: první ze zástupu otevře dveře, podrží je všem ostatním a pak se zařadí na konec. První dveře tedy otevírá Albert, druhé Ben atd.

Kdo otevře sté dveře? (K. Pazourek)

Možné řešení. Pořadí jeskyňářů se postupně mění takto:

vstup: A, B, C, D, E, F, G
1. dveře: B, C, D, E, F, G, A
2. dveře: C, D, E, F, G, A, B
⋮
7. dveře: A, B, C, D, E, F, G
8. dveře: B, C, D, E, F, G, A
9. dveře: C, D, E, F, G, A, B
⋮
14. dveře: A, B, C, D, E, F, G
15. dveře: B, C, D, E, F, G, A
16. dveře: C, D, E, F, G, A, B
⋮

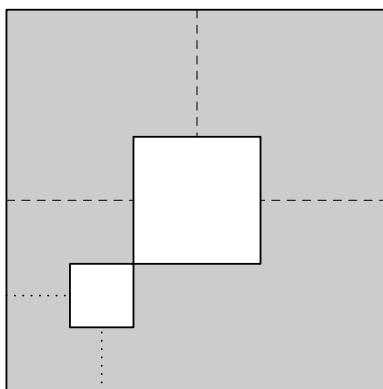
V každých sedmých dveřích je jejich pořadí stejné.

Nejbližší násobek sedmi menší než 100 je 98 ($7 \cdot 14 = 98$). Tedy 98. dveřmi (stejně jako 7., 14. atd.) prochází jeskyňáři v původním pořadí. Další, 99. dveře (stejně jako 1., 8., 15. atd.) otevírá Adam. Další, sté dveře (stejně jako 2., 9., 16. atd.) otevírá Ben.

Hodnocení. 2 body za pozorování, že pořadí jeskyňářů se opakuje s periodou odpovídající jejich počtu; 2 body za odhalení původního pořadí v 98. dveřích; 2 body za dořešení úlohy.

Z5–II–3

Na obraze jsou dva bílé čtverce v šedém poli. Strany obrazu i strany obou čtverců jsou orientovány vodorovně, nebo svisle:

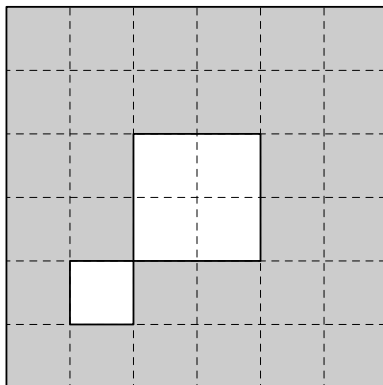


Tečkovaně vyznačené vzdálenosti menšího čtverce od stran obrazu jsou stejné jako velikost strany tohoto čtverce. Čárkovaně vyznačené vzdálenosti většího čtverce od stran obrazu jsou stejné jako velikost strany tohoto čtverce. Obsah šedé části obrazu je 62 cm^2 .

Určete obsah bílé části obrazu.

(E. Semerádová)

Možné řešení. Velikost (levé vodorovné) čárkované úsečky je stejná jako součet velikostí tečkované úsečky a strany menšího čtverce. Tedy velikost čárkované úsečky je dvojnásobná vzhledem k velikosti tečkované úsečky neboli strana většího čtverce je dvojnásobná vzhledem ke straně menšího čtverce. Celý útvar tak lze rozdělit na pole shodná s menším bílým čtvercem:



Větší bílý čtverec je tvořen 4 poli. Bílých polí je celkem 5 ($1 + 4 = 5$). Všech polí je 36 ($6 \cdot 6 = 36$). Šedých polí je 31 ($36 - 5 = 31$).

Šedá část má obsah 62 cm^2 , tedy obsah jednoho pole je 2 cm^2 ($62 : 31 = 2$). Bílých polí je 5, tedy bílá část obrazu má obsah 10 cm^2 ($5 \cdot 2 = 10$).

Hodnocení. 1 bod za poznatek o poměru stran bílých čtverců; 1 bod za rozdělení útvaru a počty bílých a šedých polí; 2 body za obsah jednoho pole; 2 body za obsah bílé části obrazu.