I. kolo kategorie Z5

Z5–I–1

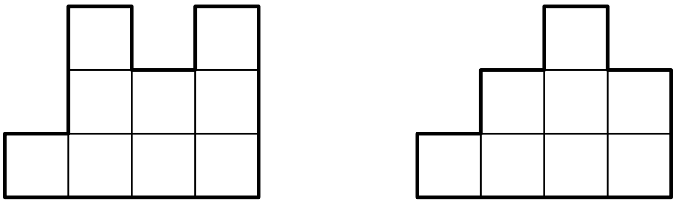
Zajíc běží závod na 2024 metrů. Při startu se odrazil levou nohou a po celou dobu závodu pravidelně střídá levou, pravou a obě nohy. Když se zajíc odrazí levou nohou, skočí 35 dm, když se odrazí pravou nohou, skočí 15 dm, a když se odrazí oběma nohama, skočí 61 dm.

Kolik skoků zajíc udělá, než dorazí do cíle? A kterou nohou se bude odrážet před cílovým skokem? (*L. Hozová*)

Z5–I–2

Zuzka postavila ze šestnácti stejně velkých kostek čtverec o rozměrech 4×4 kostky. S dalšími stejnými kostkami pokračovala ve stavění. Kostky na sebe stavěla tak, že každé dvě sousední kostky měly společnou celou stěnu. Výsledná stavba vypadala ze dvou různých stran jako na následujícím obrázku.

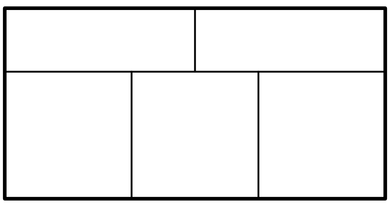
Zjistěte, kolik nejvíce a kolik nejméně kostek Zuzka na svou stavbu mohla použít. (*E. Novotná*)



Z5–I–3

Katka měla na zahrádce pět záhonů rozmístěných jako na obrázku. Záhony chtěla osadit česnekem, mrkví a ředkvičkou tak, aby na každém záhonu byl jen jeden druh zeleniny a aby žádné dva záhony se stejnou zeleninou nesousedily.

Kolika způsoby mohla Katka záhony osázet? (*L. Hozová*)



Z5–I–4

V zahrádkářské osadě měl pan Jahoda ve svém sudu 16 litrů vody. Soused pan Malina měl ve svém sudu třikrát více vody než pan Jahoda. Začalo pršet a do obou sudů napršelo stejné množství vody. Po dešti pan Malina zjistil, že má v sudu dvakrát více vody než pan Jahoda.

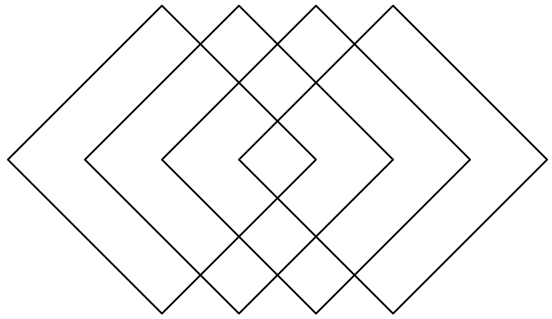
Kolik litrů vody napršelo do každého sudu? (*L. Hozová*)

Do soutěže se přihlaste na http://osmo.matematickaolympiada.cz

Z5–I–5

Ze čtyř shodných čtverců byl vytvořen ornament jako na obrázku. Strany čtverců jsou dlouhé 4 cm, jsou navzájem rovnoběžné či kolmé a protínají se buď ve svých čtvrtinách, nebo polovinách. Libor chtěl ornament vybarvit a zjistil, že barva na 1 cm^2 každého souvislého pole ho bude stát tolik korun, kolika čtvercům je toto pole společné.

Kolik korun bude stát barva na vybarvení ornamentu? (*K. Pazourek*)



Z5–I–6

Lucka napsala na lístek číslo 12345 a dvakrát jej mezi číslicemi rozstřihla. Získala tak tři menší kartičky se třemi čísly. Tyto kartičky přeskládala dvěma způsoby, čímž dostala dvě různá pětimístná čísla. Rozdíl těchto dvou čísel byl 28 926.

Mezi kterými číslicemi Lucka lístek rozstřihla? (*M. Petrová*)

73. ročník Matematické olympiády (2023/24)

I. kolo kategorie Z6

Z6–I–1

Kamarádi Jarda, Přemek a Robin hráli kuličky. Jardovi se moc nedařilo, takže po hře měl nejméně kuliček ze všech. Klukům to bylo líto, proto dal Robin Jardovi polovinu všech svých kuliček a Přemek třetinu svých. Teď měl nejvíc kuliček Jarda, a tak svým kamarádům vrátil po sedmi kuličkách. Po těchto výměnách měli všichni stejně, a to 25 kuliček.

Kolik kuliček měl po hře (před výměnami) Jarda? (*M. Petrová*)

Z6–I–2

Karolína narýsovala čtverec o straně 6 cm. Na každé straně čtverce vyznačila modrou barvou dva body, kterými rozdělila příslušnou stranu na tři shodné části. Potom sestrojila čtyřúhelník, který měl všechny vrcholy modré a jehož žádné dva vrcholy neležely na stejné straně čtverce.

Jaké obsahy čtyřúhelníků mohla Karolína dostat? Uveďte všechny možnosti. (*L. Hozová*)

Z6–I–3

V osmimístném čísle je každá jeho číslice (kromě poslední) větší než číslice následující.

Kolik je všech takových čísel? (*I. Jančigová*)

Z6–I–4

V následujícím písemném násobení dvou trojmístných čísel jsou mnohé číslice zastoupeny hvězdičkami. Místo hvězdiček doplňte číslice tak, aby byl výpočet platný:

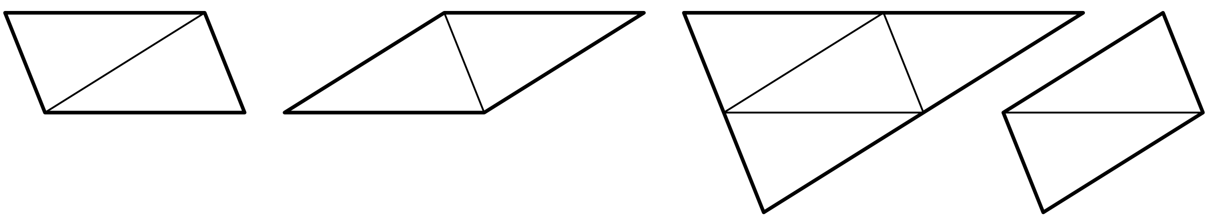
$$\begin{array}{ccccc}
 & & * & * & * \\
\times & & * & * & * \\
\hline
 & * & * & * & * \\
3 & 1 & 7 & 5 & \\
* & * & * & & \\
\hline
* & * & 6 & * & *
\end{array}$$

(*L. Hozová*)

Z6–I–5

Péťa složil z navzájem shodných trojúhelníků několik rovinných útvarů, viz obrázek. Obvody prvních tří jsou postupně 8 cm, 11,4 cm a 14,7 cm.

Určete obvod čtvrtého útvaru. (*E. Semerádová*)



Do soutěže se přihlaste na http://osmo.matematickaolympiada.cz

Z6–I–6

Aleš, Bára, Cyril, Dana, Eva, František a Gábina se stali na svých školách vítězi ve stolním fotbálku a sešli se na dvoudenním turnaji o celkového vítěze. Každé z těchto sedmi dětí mělo během turnaje sehrát jednu hru s každým jiným. První den turnaje odehrál Aleš jednu hru, Bára dvě hry, Cyril tři, Dana čtyři, Eva pět her a František šest.

Kolik her odehrála první den Gábina? (*L. Hozová*)

I. kolo kategorie Z7

Z7–I–1

Ajka, Barborka, Cilka a Danek se dohadovali o počtu zrnek písku na jejich pískovišti. Danek sdělil kamarádkám svůj odhad a ty se jej rozhodly ověřit. Ajka napočítala 873 451 230, Barborka 873 451 227 a Cilka 873 451 213 zrnek. Součet (kladných) rozdílů těchto tří výsledků od Dankova odhadu byl 29.

Kolik zrnek písku mohl odhadovat Danek? Uveďte všechny možnosti. (*V. Hucíková*)

Z7–I–2

Pan Delfín a pan Žralok byli zdatní rybáři. Jednou dohromady ulovili 70 ryb. Mezi rybami, které ulovil pan Delfín, bylo 5/9 pstruhů. Mezi rybami, které ulovil pan Žralok, byly 2/17 kaprů.

Kolik ryb ulovil pan Delfín? (*L. Hozová*)

Z7–I–3

Myslím si tři čísla. Když je sečtu, dostanu 15. Když od součtu prvních dvou čísel odečtu třetí, dostanu 10. Když od součtu prvního a třetího čísla odečtu druhé, dostanu 8.

Která čísla si myslím? (*E. Semerádová*)

Z7–I–4

Anetčin strýc má narozeniny ve stejný den v roce jako Anetčina teta. Strýc je starší než teta, ne však o víc než o deset let, a oba jsou plnoletí. Na poslední oslavě jejich narozenin si Anetka uvědomila, že když vynásobí jejich oslavované věky a výsledný součin ještě vynásobí počtem psů, kteří se na oslavě sešli, dostane číslo 2024.

Kolik psů mohlo být na této oslavě? Určete všechny možnosti. (*M. Petrová*)

Z7–I–5

Pravoúhlý trojúhelník má obsah $36\,\mathrm{m}^2$. V něm je umístěn čtverec tak, že dvě strany čtverce jsou částmi dvou stran trojúhelníku a jeden vrchol čtverce je ve třetině nejdelší strany.

Určete obsah tohoto čtverce. (*E. Novotná*)

Z7–I–6

Trpaslíci počítají svoje věky ve dnech, takže každý den slaví narozeniny. U trpaslíka Nosíka se sešlo sedm trpaslíků s věky 105, 120, 140, 168, 210, 280 a 420 dnů. Během oslavy se všem osmi trpaslíkům podařilo rozdělit do dvou skupin se stejnými součty věků.

Kolik nejméně a kolik nejvíce dnů mohlo být trpaslíkovi Nosíkovi? (*E. Novotná*)

Do soutěže se přihlaste na http://osmo.matematickaolympiada.cz

I. kolo kategorie Z8

Z8–I–1

V loňském roce bylo v našem skautském oddíle o 30 chlapců více než děvčat. Letos se počet dětí v oddíle zvětšil o 10 %, přičemž počet chlapců se zvětšil o 5 % a počet děvčat se zvětšil o 20 %.

Kolik dětí máme letos v oddíle? (*L. Hozová*)

Z8–I–2

Adam měl papír, který byl natolik veliký, že by z něj šlo natrhat několik desítek tisíc kousků. Nejprve papír roztrhal na čtyři kousky. Každý z těchto kousků vzal a roztrhal buď na čtyři, nebo na deset kousků. Stejným způsobem pokračoval dál: každý nově vzniklý kousek roztrhal buď na čtyři, nebo na deset menších kousků.

Rozhodněte a vysvětlete, zda může Adam tímto způsobem natrhat přesně 20 000 kousků. (*I. Jančigová*)

Z8–I–3

Ve sportovním areálu tvořila stanoviště A, B, C, D, E vrcholy pravidelného pětiúhelníku. Tato stanoviště byla pospojována přímými cestami. Navíc na cestě z A do B byla fontána F, kterou se stanovištěm C spojovala cesta kolmá k cestě z B do E. Pat a Mat se sešli na stanovišti E a rozhodli se zamést některé cesty. Pat zametl cestu z E do B. Mat zametl cestu z E do A a ještě z A do F.

Určete rozdíl úseků zametených Patem a Matem. (*L. Hozová*)

Z8–I–4

Hynek napsal následující příklad s pěti záhadnými sčítanci:

$$@ + \#\# + *** + \&\&\&\& + \$\$\$\$\$ = ?$$

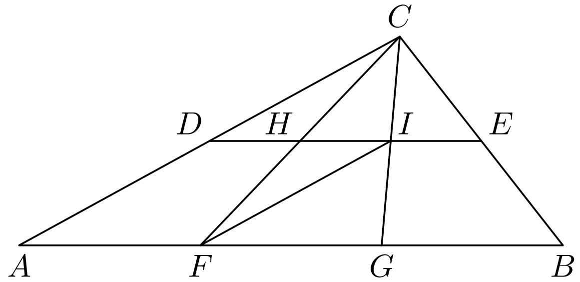
Prozradil, že znaky @, #, ∗, &, $ představují navzájem různé číslice 1, 2, 3, 4, 5 a že výsledný součet je dělitelný jedenácti.

Které nejmenší a které největší číslo může být výsledkem Hynkova příkladu? (*E. Novotná*)

Z8–I–5

Trojúhelník ABC je rozdělen úsečkami jako na obrázku. Trojúhelníky CDH, CHI, CIE a FIH mají stejný obsah, a to $8\,\mathrm{dm}^2$.

Určete obsah čtyřúhelníku $AFHD$. (*E. Semerádová*)



Do soutěže se přihlaste na http://osmo.matematickaolympiada.cz

Z8–I–6

Adam vepsal do tabulky 3×3 čísla od 1 po 9 jako na obrázku:

7	6	4
1	2	8
9	3	5

Pro toto vyplnění platí, že součet čísel tří políček podél každé strany je stále stejný. Adam zjistil, že čísla do tabulky lze vyplnit i jinak, aniž by pokazil vlastnost se stejnými součty podél stran.

Jakou nejmenší hodnotu může mít tento součet? Uveďte příklad tabulky s nejmenším součtem podél stran a vysvětlete, proč menší být nemůže. (*J. Tkadlec*)

73. ročník Matematické olympiády (2023/24)

I. kolo kategorie Z9

Z9–I–1

Pat a Mat se vykoupali v rybníce a pak si dali závod do své chaloupky. V jistém okamžiku platilo, že kdyby Mat měl zdolánu polovinu vzdálenosti, kterou dosud uběhl, chyběl by mu do chaloupky trojnásobek oné poloviční vzdálenosti. V tomtéž okamžiku platilo, že kdyby Pat měl zdolán dvojnásobek vzdálenosti, kterou dosud uběhl, chyběla by mu do chaloupky třetina oné dvojnásobné vzdálenosti.

Kdo byl v daném okamžiku blíž chaloupce? (*L. Hozová*)

Z9–I–2

Sestrojte kosočtverec $ABCD$, ve kterém platí $|AC| = 8\,\mathrm{cm}$ a $|AS| = 7\,\mathrm{cm}$, kde S je středem strany CD. (*K. Pazourek*)

Z9–I–3

V základní škole U Tří dubů, kam chodí i Zikmund, každoročně pořádají vědomostní soutěž, v níž každý soutěžící může získat nejvíce 15 bodů. Letos byl průměrný bodový zisk soutěžících zaokrouhlený na desetiny roven 10,4. Zikmund si po soutěži uvědomil, že jednu otázku si špatně přečetl a odpovídal na něco jiného. Mohl tak mít o 4 body více a průměrný bodový zisk zaokrouhlený na desetiny by se tím zvýšil na 10,6.

Určete, kolik nejméně a kolik nejvíce dětí letos U tří dubů soutěžilo. (*M. Petrová*)

Z9–I–4

Kája měl vynásobit dvě dvojmístná čísla. Z nepozornosti zaměnil pořadí číslic v jednom z činitelů a dostal součin, který byl o 4 248 menší než správný výsledek.

Kolik mělo Kájovi správně vyjít? (*L. Hozová*)

Z9–I–5

Trojúhelník ABC je pravoúhlý s pravým úhlem při vrcholu C. Body A', B', C' jsou obrazy bodů A, B, C postupně ve středových souměrnostech se středy C, A, B. Dokažte, že platí

$$|A'B'|^2 + |B'C'|^2 + |C'A'|^2 = 14 \cdot |AB|^2.$$

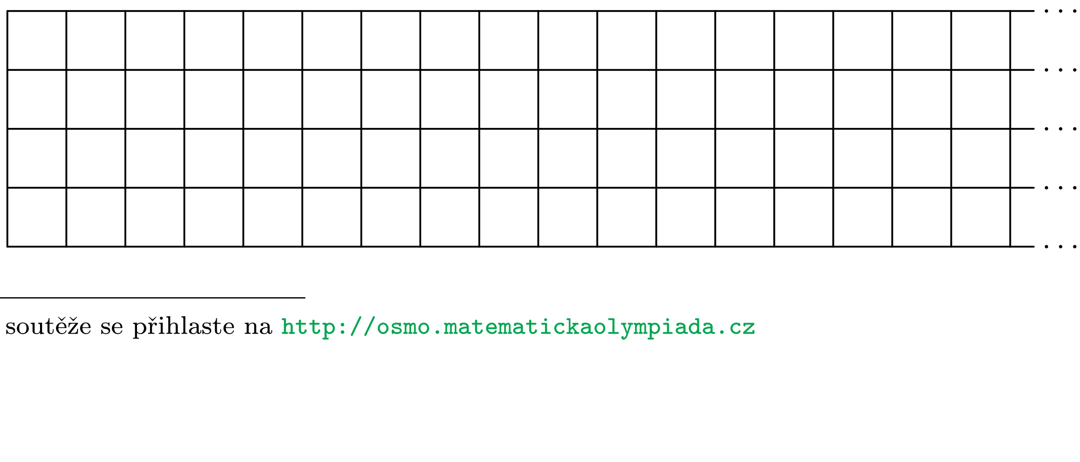
(*J. Zhouf*)

Z9–I–6

Níže je naznačena část čtvercové sítě sestávající ze 4 řádků a 2023 sloupců.

Určete počet čtverců, jejichž všechny vrcholy jsou uzlovými body čtvercové sítě.

(*K. Pazourek*)



Do soutěže se přihlaste na http://osmo.matematickaolympiada.cz