

68. ročník matematické olympiády

Úlohy klauzurní části školního kola kategorie B

1. Na tabuli je napsáno kladné celé číslo n . V jednom kroku smíme číslo z tabule smazat a napsat místo něj buď jeho dvojnásobek, nebo jeho dvojnásobek zvětšený o 1. Pro kolik počátečních čísel n různých od 2019 můžeme dosáhnout toho, že se po konečně mnoha krocích číslo 2019 na tabuli objeví?
2. Najděte všechna trojmístná čísla s touto vlastností: vyškrtneme-li v čísle jeho prostřední číslici a vzniklé dvojmístné číslo vynásobíme druhou mocninou vyškrtnuté číslice, dostaneme opět původní trojmístné číslo.
3. Je dána kružnice k a její průměr AB . Uvnitř úsečky AB zvolíme libovolný bod C a pak na kružnici k vybereme bod D tak, aby platilo $|BC| = |BD|$. Osa úhlu ABD protne kružnici k v bodě E (různém od bodu B). Dokažte, že trojúhelníky AEC a CBD jsou podobné.

Klauzurní část školního kola kategorie B se koná

v úterý 29. ledna 2019

tak, aby začala nejpozději v 10 hodin dopoledne a aby soutěžící měli na řešení úloh 4 hodiny čistého času. Za každou úlohu může soutěžící získat 6 bodů, úspěšným řešitelem je ten žák, který získá 10 bodů nebo více. Povolené pomůcky jsou psací a rýsovací potřeby a školní MF tabulky. Kalkulátory, notebooky ani žádné jiné elektronické pomůcky dovoleny nejsou. Tyto údaje se žákům sdělí před zahájením soutěže.